«УТВЕРЖДАЮ»

Ректор ФГБОУ ВПО «ЧелГУ»,
профессор
_____
Д. А. Циринг
«06» 03 2015 г.

ОТЗЫВ

на диссертационную работу Салим Бадран Джасим Салим «О некоторых равномерно корректных по С. Г. Крейну задачах для дифференциальных уравнений с дробными производными», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Целью диссертации является исследование корректной разрешимости в смысле Ж. Адамара–С. Г. Крейна начально-краевых задач для дифференциальных уравнений с дробными производными по пространственным переменным, которые становятся все более актуальными в задачах механики, электро- и гидродинамики, тепломассопереноса и т. д. Их изучению посвящены многочисленные исследования как отечественных, так и зарубежных математиков (Ю. И. Бабенко, А. А. Килбас, Ф. Майнарди, В. В. Учайкин и др.). Однако, как правило, проводимые при этом исследования касаются только вопросов существования решений соответствующих задач и интегро-дифференциальных представлений этих решений. Вопрос же устойчивости решений по исходным данным, один из основных при установлении корректной разрешимости, в этих работах, как правило, не обсуждается.

Вопросам корректной разрешимости, в том числе и устойчивости решений посвящена диссертация С. Бадран С. В ней используются методы общей теории линейных полугрупп преобразований, развитой в работах Э.Хилле, Р. Филипса, К. Иосиды, С. Г. Крейна, М. А. Красносельского и др.

Главными инструментами исследования являются методы теории однопараметрических полугрупп, групп и косинус-функций.

Диссертация С. Бадран С., объемом 90 страниц, состоит из введения и трех глав, состоящих в общей сложности из 14 параграфов, библиографического списка, состоящего из 58 наименований использованных источников, в том числе 8 наименований публикаций автора по теме диссертации.

Глава 1 диссертации содержит необходимую терминологию, понятия и общие фундаментальные факты, связанные с теорией корректно разрешимых задач для уравнений в банаховом пространстве. Вводятся понятия сильно непрерывных полугрупп, групп и косинусных функций (КОФ) линейных преобразований, их генераторов, формулируется их связь с корректной разрешимостью начально-краевых задач для линейных уравнений первого и второго порядка в банаховом пространстве с неограниченным оператором. Определяются решения рассматриваемых уравнений (§ 1.2) и дается определение равномерно корректной разрешимости в смысле С. Г. Крейна соответствующих задач. Наряду с этим указываются критерии генераторов сильно непрерывных полугрупп (теорема Хилле–Иосиды–Филлипса) и косинус функций (теорема Совы–Куренны). В §1.3 вводятся дробные степени для операторов А таких, что -А является генератором сжимающей полугруппы класса C_0. В §1.4 в терминах квадратного корня $(-A)^{1/2}$ формулируются критерии корректной разрешимости по С. Г. Крейну краевой задачи Дирихле на ограниченном и неограниченном интервалах.

Вторая глава диссертации содержит новые результаты, полученные автором. Здесь рассматриваются правосторонние и левосторонние операторы дробного порядка Римана–Лиувилля во введенных в диссертационной работе гипервесовых пространствах функций, заданных на положительной полуоси. Основная особенность этих пространств заключается в том, что они инвариантны относительно операторов Римана–Лиувилля, в то время как, например, пространства со степенным весом этим свойством не обладают. В то же время свойство инвариантности является необходимым при установлении корректной разрешимости исследуемых задач. В диссертации устанавливается связь между гипервесовыми функциями и полумультипликативными функциями. В нормах гипервесовых пространств получены точные оценки на полугруппы и резольвенты дробных степеней дифференциальных операторов Римана–Лиувилля. Эти результаты позволяют получить точное решение так называемого полиномиального уравнения с дробными производными, которое является предметом

исследований многих математиков (см., например, библиографию книги В.В.Учайкина «Метод дробных производных»), и установить равномерно корректную разрешимость соответствующей задачи в гипервесовых пространствах функций.

Третья глава диссертации посвящена изучению равномерно корректной разрешимости задач для дифференциальных уравнений с вырождающимися коэффициентами. В § 3.1 вводятся и изучаются операторы $D_a = x\frac{d}{dx}$, $x \geq 0$, с областями определения в обобщенных функциональных пространствах Степанова $S^{\pm}_{p,\omega,\gamma}$. Показывается, что эти операторы являются генераторами сильно непрерывных групп преобразований вида $T(t)\varphi(x) = \varphi(xe^t)$, $x \in R^+$, $t \in R$. В § 3.5 полученные результаты применяются к установлению корректной разрешимости задачи Коши для дифференциальных уравнений первого и второго порядков по времени с постоянным оператором. В § 3.6 изучаются C_0-полугруппы $T(t)\varphi(x) = \varphi[h^{-1}(h(x)+t)]$, $t \in R$, где $h(x)$ – определенная для $x \in (a,b) \subset R$ функция, такая, что $h'(x)>0$, $h(a)=-\infty$, $h(b)=\infty$. Результаты применяются к установлению корректной разрешимости задачи Коши для обобщенного телеграфного уравнения.

Имеются следующие замечания и пожелания. В определении 1.2.4 (стр. 20) допущена опечатка – написано: Говорят, что А *замкнут*, если из того что $x_n \in D(A), \| x_n - x_0 \|$ и $Ax_0 = y_0$. Следует читать: Говорят, что А *замкнут*, если из того что $x_n \in D(A), \| x_n - x_0 \| \to 0, Ax_n \to y_n$ следует, что $x_0 \in D(A)$ и $Ax_0 = y_0$. Также работа не лишена опечаток и орфографических ошибок, количество которых не критично. В качестве пожелания хотелось бы высказать следующее. Так как в третьей главе основное внимание уделяется операторам Адамара–Эйлера и их дробным степеням, было бы интересно результаты, полученные для телеграфного уравнения в § 3.6, также записать и в терминах операторов Адамара–Эйлера. Впрочем, это замечание не умаляет значимости полученных в диссертации результатов и может рассматриваться как пожелание дальнейших исследований.

Все полученные в диссертации результаты являются новыми, строго доказаны и грамотно изложены. Материалы диссертации докладывались на Воронежской зимней математической школе в 2014 г., на Воронежской математической школе «Понтрягинские чтения» в 2013, 2014 гг., на Международной молодежной научной школе «Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач» в 2012 г., а также на семинарах Воронежского государственного университета по математическому моделированию (руководитель – проф. В. А. Костин) и нелинейному анализу

(руководитель – проф. Ю. И. Сапронов, проф. Б. М. Даринский). Результаты диссертации опубликованы в восьми работах, две из которых – в журналах из Перечня ВАК. Автореферат полно и правильно отражает содержание диссертации.

Работа имеет теоретический характер. Результаты диссертации являются значимыми для развития теории дифференциальных уравнений, они могут быть использованы в научных исследованиях, проводимых в Московском государственном университете им. М. В. Ломоносова, Воронежском государственном университете, Институте математики им. С.Л.Соболева СО РАН, Липецком государственном педагогическом университете, Северо-Восточном федеральном университете им. М.К.Аммосова, Уральском федеральном университете, Челябинском государственном университете, Югорском государственном университете и других научных организациях.

На основании изложенного считаем, что диссертация Салим Бадран Джасим Салим «О некоторых равномерно корректных по С. Г. Крейну задачах для дифференциальных уравнений с дробными производными» удовлетворяет всем требованиям Положения о присуждении ученых степеней, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук, а ее автор Салим Бадран Джасим Салим заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Отзыв обсужден и утвержден на заседании кафедры математического анализа математического факультета Челябинского государственного университета «27» февраля 2015 г., протокол № 7.

Заведующий кафедрой математического анализа
Челябинского государственного университета,
доктор физ.-мат. наук, профессор В.Е. Федоров

Профессор кафедры математического анализа
Челябинского государственного университета,
доктор физ.-мат. наук, доцент С.М.Воронин

Подпись В.Е. Федорова С.М. Воронина
удостоверяю
спец-т
20.02.2015

Сведения о ведущей организации

Полное наименование: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Челябинский государственный университет».

Сокращенное наименование: ФГБОУ ВПО «ЧелГУ».

Место нахождения: Челябинск, ул. Братьев Кашириных, 129.

Почтовый адрес: 454001, Челябинск, ул. Братьев Кашириных, 129.

Телефон: (351) 7997101.

Адрес электронной почты: odou@csu.ru.

Сайт: www.csu.ru.

Список публикаций работников по теме диссертации в рецензируемых научных изданиях за последние 5 лет:

1. Федоров В.Е., Плеханова М.В. Задача стартового управления для класса полулинейных распределенных систем соболевского типа // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2011. Т.17, № 1. С.259-267.
2. Плеханова М.В., Федоров В.Е. О существовании и единственности решений задач оптимального управления линейными распределенными системами, не разрешенными относительно производной по времени // Изв. РАН. Сер. мат. 2011. Т.75, № 2. С.177–194.
3. Ortiz-Bobadilla L. Rosales-Gonzalez E., Voronin S.M. Thom's problem for degenerate singular points of homorphic foliationsin the plane // Moscow Mathematical Journal. 2012. Т.12, №4. С.825-862.
4. Федоров В.Е., Омельченко Е.А. Неоднородные линейные уравнения соболевского типа с запаздыванием // Сиб. мат. журн. 2012. Т.53, № 2. С. 418-429.
5. Федоров В.Е., Шкляр Б. Полная нуль-управляемость вырожденных эволюционных уравнений скалярным управлением // Мат. сб. 2012. Т.203, № 12. С.137-156.
6. Федоров В.Е., Давыдов П.Н. О нелокальных решениях полулинейных уравнений соболевского типа // Дифференц. уравнения. 2013. Т. 49, № 3. С. 338-347.
7. Фёдоров В.Е., Давыдов П.Н. Полулинейные вырожденные эволюционные уравнения и нелинейные системы гидродинамического типа // Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2013. Т.19, № 4. С.267-278.
8. Федоров В.Е., Дебуш А. Один класс вырожденных дробных эволюционных систем в банаховых пространствах // Дифференц. уравнения. 2013. Т. 49, № 12. С. 1616-1622.
9. Федоров В.Е., Омельченко Е.А. Линейные уравнения соболевского типа с интегральным оператором запаздывания // Изв. вузов. Математика. 2014. № 1. С.71-81.
10. Ortiz-Bobadilla L. Rosales-Gonzalez E., Voronin S.M. Formal and analytic normal forms of germs of holomorphic nondicritic foliations // Journal of Singularities. 2014. V.9. P.168–192.

11. Плеханова М.В., Фёдоров В.Е. Об управляемости вырожденных распределенных систем // Уфимский мат. журн. 2014. Т. 6, № 2. С. 78-98.
12. Федоров В.Е., Борель Л.В. Разрешимость нагруженных линейных эволюционных уравнений с вырожденным оператором при производной // Алгебра и анализ. 2014. Т.26, № 3. С.190-206.
13. Фёдоров В.Е., Иванова Н.Д., Фёдорова Ю.Ю. Нелокальная по времени задача для неоднородных эволюционных уравнений // Сиб. мат. журн. 2014. Т.55, № 4. С.882-897.
14. Федоров В.Е., Борель Л.В. О разрешимости вырожденных линейных эволюционных уравнений с эффектами памяти // Изв. Иркут. гос. ун-та. Сер.: Математика. 2014. Т.10. С.106-124.
15. Федоров В.Е., Гордиевских Д.М. Разрешающие операторы вырожденных эволюционных уравнений с дробной производной по времени // Изв. вузов. Математика. 2015. № 1. С.71-83.

20.02.2015

Подпись В.Е. Федорова
удостоверяю
спец. по кадров
20.02.2015